

# マルチパス制御を題材とした熱力学の観点からの自己組織型ネットワーク制御の解釈

Interpretation of Self-organized Network Controls in Terms of Thermodynamics

岩井 卓也<sup>1</sup>

小南 大智<sup>2</sup>

村田 正幸<sup>1</sup>

四方 哲也<sup>1</sup>

Takuya IWAI

Daichi KOMINAMI

Masayuki MURATA

Tetsuya YOMO

大阪大学大学院情報科学研究科<sup>1</sup>

Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University, Japan

大阪大学大学院経済学研究科<sup>2</sup>

Graduate School of Economics, Osaka University, Japan

## 概要

自己組織型ネットワーク制御の頑健性は秩序化を促す秩序化エネルギーと乱雑化を促す乱雑化エネルギーによる影響を受けて決まる。自己組織型ネットワーク制御を設計する際には、想定するネットワーク変動の度合いに応じて両エネルギーのバランスを適切に設計する必要があるが、既存の自己組織型ネットワーク制御の研究成果の多くは両エネルギーを明確には区別できておらず、両エネルギーのバランスの設計の仕方についても議論できていない。そこで、自然界の物質の両エネルギーのバランスが温度によって定まることに着想を得ることによって、自己組織型ネットワークの両エネルギーのバランスを設計するアプローチを検討している。本発表では、自己組織型マルチパス制御を題材として熱力学的状態量を定式化して、両エネルギーのバランスと温度の関係を解析的に示す。

## 1 まえがき

情報通信ネットワークが今後も安全で、信頼できて、快適な社会のインフラストラクチャーであり続けるために、今まで以上に頑健な通信ネットワークの実現が求められている [1]。そのためのアイデアを異分野の知見から得る取り組みが期待を集めており、その中でも、生物に着想を得たネットワーク制御の研究は非常に活発に取り組まれている [2, 3]。

生物が頑健である秘訣は諸説あるが、生物が持つ「秩序化を促すエネルギー（以降、秩序化エネルギーと呼ぶ）」と「乱雑化を促すエネルギー（以降、乱雑化エネルギーと呼ぶ）」による効果に注目している。秩序化エネルギーによる効果の最たる例は生物の「自己組織化」であり [4]、個体の直接的または間接的な相互作用によって生存に役に立つ構造が創発する。なお、創発する構造が全て同一である、また、一旦創発した構造が変化しないのであれば、生物は予期せぬ環境変動に適応できないため、今まで生きながらえることは出来なかったはずである。乱雑化エネルギーによる効果の最たる例は「適応力」であり [5]、生物は環境変動にさらされながらも生きながらえてきた。

既存の自己組織型ネットワーク制御の頑健性は「秩序化エネルギー」と「乱雑化エネルギー」による影響を受けて決まる。乱雑化エネルギーが秩序化エネルギーと比べて非常に小さい場合には、自己組織型ネットワーク制

御は良い解に近づき、その解を安定して選択するようになる。その結果、環境変動が生じない安定な環境下であれば高い性能を得ることが出来るが、予期しない環境変動に対する頑健性は損なわれてしまう。自己組織型ネットワーク制御の環境変動に対する頑健性を高めるためには、自己組織型ネットワーク制御の乱雑化エネルギーを大きくすることによって、自己組織型ネットワーク制御が現在の状況に無関係に特定の解で安定化してしまうことを防ぐことが効果的である。しかしながら、自己組織型ネットワーク制御の乱雑化エネルギーが大きすぎると、自己組織型ネットワーク制御が良い解をたとえ発見してもその解に留まることは難しく、性能が犠牲になってしまう。このため、自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスは想定されるネットワーク環境に応じて適切に設計する必要がある。しかしながら、既存の自己組織型ネットワーク制御の既存研究は秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーを明確には区別できておらず、両エネルギーのバランスの設計の仕方についても議論できていない。

そこで、自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを熱力学に基づいて設計するアプローチを検討する。熱力学は物質の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを次式によって説明している。

$$A = E - TS \quad (1)$$

詳細は後述するが、この式中の  $A$  は自由エネルギーであり、秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスの悪さに対応する。 $E$  は内部エネルギーであり、秩序化エネルギーに対応する。 $TS$  は温度  $T$  とエントロピー  $S$  の積であり、乱雑化エネルギーに対応する。一般に物質の状態変化は自由エネルギーが減少する方向に進む。等温過程を仮定すると、両エネルギーのバランスが良くなるように自発的に変化する ( $\Delta A = \Delta E - T\Delta S < 0$ )。この仮定のもと温度  $T$  はエントロピーの変化  $\Delta S$  に対する内部エネルギーの変化  $\Delta E$  の度合いを定めており、温度  $T$  を高温に設定すると僅かなエントロピーの変化によって秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを改善できる。

したがって、自己組織型ネットワーク制御の温度を高温に設計することが秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを適切に定めることに繋がると考えられ

表 1 熱力学的状態量の解釈

	記号	説明
内部エネルギー	$E$	物質の構造の変わりやすさ
エントロピー	$S$	物質の構造の乱雑さ
温度	$T$	エントロピー $S$ の変化に対する内部エネルギー $E$ の変化
自由エネルギー	$A$	秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスの悪さ

る。なお、既存の自己組織型ネットワーク制御の研究結果の多くは熱力学の観点からの解釈を行っておらず、また、熱力学的状態量の定量的な定義を与えてはいないため、温度と両エネルギーのバランスとの関係は明らかにはなっていない。そこで本発表では、自己組織型ネットワーク制御の一例としてマルチパス制御を題材にして熱力学的状態量の解釈と定式化を行う。次に、温度が最大化する条件と両エネルギーのバランスがとれる条件の関係を数値例を用いて示す。

本資料の構成は次の通りである。まず、2章において、熱力学について概説する。次に、3章において、マルチパス制御の熱力学的状態量を定式化して、温度と両エネルギーのバランスの関係を示す。最後に、4章において、まとめと課題を述べる。

## 2 熱力学の基本法則の概説

熱力学は無数の原子や分子から成る物質の状態を数個の熱力学的状態量を用いて分析する [6]。本発表では、熱力学的状態量の中でも内部エネルギー  $E$ 、エントロピー  $S$ 、温度  $T$ 、自由エネルギー  $A$  に注目しており、これらの意味を表 1 にまとめる。

内部エネルギー  $E$  は物質を構成する分子間のポテンシャルエネルギー（以降、単にポテンシャルエネルギーと呼ぶ）と分子の運動エネルギー（以降、単に運動エネルギーと呼ぶ）の和である。内部エネルギー  $E$  が大きいほど、運動エネルギーはポテンシャルエネルギーよりも大きくなり、物質の構造は変わりやすくなる。反対に、内部エネルギー  $E$  が小さいほど、ポテンシャルエネルギーは運動エネルギーよりも大きくなり、物質の構造は変わりにくくなる。つまり、内部エネルギー  $E$  は物質の構造の変わりやすさを表しており、内部エネルギー  $E$  は秩序化エネルギーに対応する。エントロピー  $S$  は物質の構造の乱雑さを表している。温度  $T$  はエントロピーの変化  $\Delta S$  に対する内部エネルギーの変化  $\Delta E$  の度合いを表している。自由エネルギー  $A$  は  $A = E - TS$  で定義されている。なお、温度  $T$  とエントロピー  $S$  の積は乱雑化エネルギーに対応する。つまり、自由エネルギー  $A$  は組織化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスの悪さを表している。

物質の自発的な状態変化は外界とのエネルギーの授受を伴いながら自由エネルギー  $A$  が減少するよう進む。ここでは等温過程を仮定することにして、エネルギーの授受前の状態と授受後の状態をそれぞれ  $(A_f, E_f, T_f, S_f)$

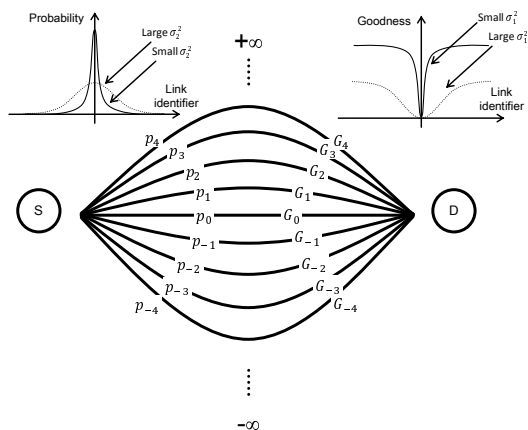


図 1 マルチパス制御の解析モデルの概要

と  $(A_e, E_e, T_e, S_e)$  と表記する。物質の自発的な状態変化は次式によって説明できる。

$$A_e - A_f = (E_e - TS_e) - (E_f - TS_f)$$

$$\Delta A = \Delta E - T\Delta S \quad (2)$$

この式は、温度  $T$  が高いほど、エントロピー  $S$  の僅かな増加が自由エネルギー  $A$  の減少、つまり、秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスの改善に効果的であることを示唆している。自己組織型ネットワーク制御の観点からは、自己組織型ネットワーク制御の温度が高温になるように設計することが、自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスをとることに繋がると考えている。

## 3 自己組織型ネットワーク制御の熱力学的状態量

### 3.1 概要

自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーの適切なバランスは温度  $T_{nw}$  を最大に設定することによって得られることを示す。そのために、自己組織型ネットワーク制御の一例として自己組織型マルチパス制御を題材にして解析モデルを作成する。そして、各熱力学的状態量を定式化して熱力学的状態量の数値例を示す。

### 3.2 自己組織型マルチパス制御の解析モデル

自己組織型ネットワーク制御の一例として自己組織型マルチパス制御を題材にして解析モデルを作成する。作成する解析モデルでは、一組の送信元ノード (S) と宛先ノード (D) が存在しており、ノード間に無限本のディスプレイジョイントなパスが事前に構築されているものと仮定している (図 1)。送信元ノードはパケットを送信する毎に 1 本のパスを確率的に選択する。以降では、送信元ノードがより良いパスをより高い確率で選択するように自己組織化している状況を念頭におきつつ熱力学的状態量の定式化を進める。パスは互いに異なる識別子  $x$  ( $-\infty < x < \infty$ ) を有しており、パス  $x$  の良

さ  $G_x$  は  $|x|$  が大きいほど悪くなるものと仮定してガウス関数  $G_x = 1 - \exp(-x^2/2\sigma_1^2)$  によって与える。パス  $x$  は確率  $q$  で途絶するものと仮定する。以降では確率  $q$  を“途絶率”と表記する。途絶したパス  $x$  の良さは最悪値 1 を与える。送信元ノードがパス  $x$  を選択する確率はガウス関数  $p_x = \exp(-x^2/2\sigma_2^2)/\sqrt{2\pi\sigma_2^2}$  によって与える。なお、分散  $\sigma_1^2$  と  $\sigma_2^2$  は互いに独立である。

### 3.3 熱力学的状態量の定式化

前節で述べた解析モデルを用いて自己組織型マルチパス制御の内部エネルギー  $E_{nw}$  とエントロピー  $S_{nw}$ 、温度  $T_{nw}$ 、自由エネルギー  $A_{nw}$  を定式化する。

#### 3.3.1 内部エネルギー $E_{nw}$

熱力学の内部エネルギー  $E$  は構造の変わりやすさに対応していた。自己組織型マルチパス制御では、送信元ノードが選択する解 (=パス) が悪いほどより良い解を求めて解空間を探索する。つまり、マルチパス制御は秩序化しておらず、選ぶパスは変わりやすく、内部エネルギーは大きい。マルチパス制御の内部エネルギー  $E_{nw}$  は送信元ノードが各解にどの程度留まるのか (すなわち各解を選択するのか) に基づいて定式化できると考えており、この考えに基づいて、マルチパス制御の内部エネルギー  $E_{nw}$  を次式によって定式化する。

$$E_{nw} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \left\{ (1-q) \left( 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} \right) + q \right\} dx$$

$$= 1 - (1-q) \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

この式は、パスが途絶しにくい (途絶率  $q$  が低い) ほど、また、良い経路がより多く存在する (分散  $\sigma_1^2$  が大きい) ほど、また、送信元ノードがより狭い範囲のパスから一本のパスを選択する (分散  $\sigma_2^2$  が小さい) ほどマルチパス制御は秩序化しており、内部エネルギー  $E_{nw}$  は小さいことを表している。

#### 3.3.2 エントロピー $S_{nw}$

熱力学のエントロピー  $S$  は構造の乱雑さに対応していた。自己組織型マルチパス制御では、送信元ノードが最良のパス以外を選択しやすいくほどエントロピー  $S_{nw}$  は大きくなる。解析モデルでは、送信元ノードがパス  $x$  を選択する確率  $p_x$  をガウス関数  $\exp(-x^2/2\sigma_2^2)/\sqrt{2\pi\sigma_2^2}$  で与えており、この事を踏まえて、マルチパス制御のエントロピー  $S_{nw}$  を平均 0 と分散  $\sigma_2^2$  のガウス関数のエントロピーとして定式化する。

$$S_{nw} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \log \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \right) dx$$

$$= \log \sqrt{2\pi\sigma_2^2} e$$

この式は、送信元ノードがより多くのパス候補の中からパスを選択する (分散  $\sigma_2^2$  が大きい) ほどマルチパス制御は乱雑であり、エントロピー  $S_{nw}$  は大きいことを表している。

#### 3.3.3 温度 $T_{nw}$

統計力学の温度  $T$  は式  $T = dE/dS$  によって定義されていた。このことを踏まえて、自己組織型マルチパス制御の温度  $T_{nw}$  は式  $T_{nw} = dE_{nw}/dS_{nw} = (dE_{nw}/d\sigma_2^2)/(dS_{nw}/d\sigma_2^2)$  によって定義される。送信元ノードがパス  $x$  を選択する確率を与えるガウス関数の分散  $\sigma_2^2$  で内部エネルギー  $E_{nw}$  とエントロピー  $S_{nw}$  を微分した結果を用いて温度  $T_{nw}$  を次式によって定式化する。

$$T_{nw} = (1-q) \left\{ \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{\sigma_1^{-2} + \sigma_2^{-2}}} - \left( \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{\sigma_1^{-2} + \sigma_2^{-2}}} \right)^3 \right\}$$

この式は、パスが途絶しにくい (途絶率  $q$  が低い) ほどマルチパス制御は高温になることを表しており、僅かなエントロピーの変化で秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを改善できる。

#### 3.3.4 自由エネルギー $A_{nw}$

熱力学の自由エネルギー  $A$  は式  $A = E - TS$  によって定義されていた。このことを踏まえて、自己組織型マルチパス制御の自由エネルギー  $A_{nw}$  を次式によって定式化する。

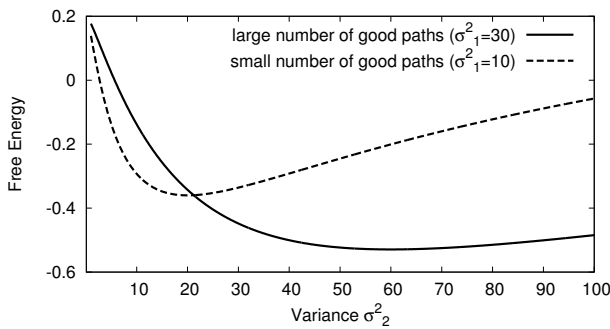
$$A_{nw} = E_{nw} - T_{nw} S_{nw}$$

自己組織型ネットワーク制御は自己組織化によって秩序化エネルギー (内部エネルギー  $E_{nw}$ ) と乱雑化エネルギー (温度  $T$  とエントロピー  $S$  の積) のバランスがとれた状態で安定する。

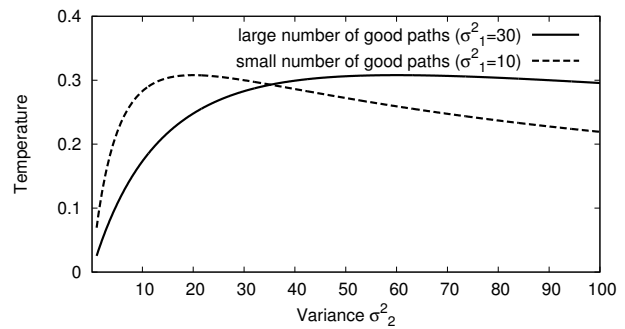
### 3.4 熱力学的状態量の数値例

ネットワークの環境 (分散  $\sigma_1^2$  と確率  $q$ ) が与えられた場合の自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギー (=内部エネルギー  $E_{nw}$ ) と乱雑化エネルギー (=積  $T_{nw} S_{nw}$ ) のバランスと温度  $T_{nw}$  の関係を数値例によって示す。

図 2 は自由エネルギー  $A_{nw}$  と温度  $T_{nw}$  の数値例を表している。なお、パスの途絶率  $q$  は 0.2 としており、パスの良さを定めるガウス関数の分散  $\sigma_1^2$  は 10 と 30 の 2 通りを試行しており、分散  $\sigma_1^2 = 30$  の結果を“large number of good paths”、分散  $\sigma_1^2 = 10$  の結果を“small number of good paths”と表記している。図の縦軸はそれぞれ自由エネルギー  $A_{nw}$  と温度  $T_{nw}$  を表しており、図の横軸は何れも送信元ノードがどのくらいランダムにパスを選択するのかを定めるガウス関数の分散  $\sigma_2^2$  を表している。



(a) 自由エネルギー



(b) 温度

図2 自由エネルギー  $A_{nw}$  と温度  $T_{nw}$  の数値例

図2(a)より、自由エネルギー  $A$  が極小化する分散  $\sigma_2^2$  は、分散  $\sigma_1^2 = 10$  の時は分散  $\sigma_2^2 = 15$  近傍であり、また、分散  $\sigma_1^2 = 30$  の時は分散  $\sigma_2^2 = 60$  近傍であることが分かる。つまり、分散  $\sigma_1^2$  が小さいほど、自由エネルギー  $A$  が極小化する分散  $\sigma_2^2$  は小さくなるが現れている。この理由は、これ以上分散  $\sigma_2^2$  を大きくする、つまり、送信元ノードがよりランダムにパスを選ぶことは、最適性と頑健性を両立する観点からは不適になるためである。この境界が秩序化エネルギー（＝内部エネルギー  $E_{nw}$ ）と乱雑化エネルギー（＝積  $T_{nw}S_{nw}$ ）のバランスがとれる地点である。さらに、図2(a)と図2(b)を比較すると、自由エネルギー  $A_{nw}$  が極小化する分散  $\sigma_2^2$  と温度  $T_{nw}$  が極大化する分散  $\sigma_2^2$  は同じであることが分かる。温度  $T_{nw}$  が極大化する分散  $\sigma_2^2$  は、温度  $T_{nw}$  を分散  $\sigma_1^2$  で微分して解くと  $\sigma_2 = \sigma_1/\sqrt{2}$  であることが分かる。自由エネルギー  $A_{nw}$  を分散  $\sigma_1^2$  で微分したものに  $\sigma_2 = \sigma_1/\sqrt{2}$  を代入すると、その結果はゼロになる。したがって、温度が極大化する時の分散  $\sigma_2^2$  と、自由エネルギーが極小化する時の分散  $\sigma_2^2$  は同じであることが確かめられた。

以上の結果を踏まえると、ネットワークの環境（分散  $\sigma_1^2$  と確率  $q$ ）が与えられた場合に、温度  $T_{nw}$  が最大化するように自己組織型ネットワーク制御の調整可能なパラメータ、今回の場合は分散  $\sigma_2^2$  を調整することによって、自己組織型ネットワーク制御の秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスを適切に定めることが出来ていると考えている。

#### 4 まとめと今後の課題

自己組織型マルチパス制御を題材にして解析モデルを作成して、熱力学的状態量の解釈と定式化を行った。さらに、数値解析によって、秩序化エネルギーと乱雑化エネルギーのバランスと温度の関係を示した。

今後は、解析モデルをより現実的なモデルに拡張すること、さらに、自己組織化型ネットワーク制御が階層構造を構成する場合の両エネルギーのバランスの設計の仕方の検討に取り組むことを予定している。

#### 謝辞

本研究は、独立行政法人日本学術振興会特別研究員奨励費によるものである。ここに記して謝意を表す。

#### 参考文献

- [1] T. Hasegawa, "A survey of the research on future internet and network architectures," *IEICE Transactions on Communications*, vol. E96-B, pp. 1385–1401, June 2013.
- [2] S. Balasubramaniam, K. Leibnitz, P. Liò, D. Botvich, and M. Murata, "Biological principles for future internet architecture design," *IEEE Communications Magazine*, vol. 49, pp. 44–52, July 2011.
- [3] C. Zheng and D. Sicker, "A survey on biologically inspired algorithms for computer networking," *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. PP, pp. 1–32, Jan. 2013.
- [4] E. Bonabeau, M. Dorigo, and G. Theraulaz, *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. Oxford University Press, 1999.
- [5] A. Kashiwagi, I. Urabe, K. Kaneko, and T. Yomo, "Adaptive response of a gene network to environmental changes by fitness-induced attractor selection," *PloS ONE*, vol. 1, Dec. 2006.
- [6] I. M. Klotz and R. M. Rosenberg, *Chemical Thermodynamics; basic theory and methods*. Wiley, June 2008.